Correction

Pondichéry - Avril 2014

Exercice 1

1. $3\ 003 = 20 \times 150 + 3$ et $3\ 731 = 20 \times 186 + 17$

Il restera 3 dragées au chocolat et 17 dragées aux amandes soit $\boxed{\text{20 dragées}}$

2.a $3\ 003 = 90 \times 33 + 33$ et $3\ 731 = 90 \times 41 + 41$

Dans ce cas il reste 33 dragées au chocolat et 41 dragée aux amandes soit $\boxed{\text{74 dragées, c'est pire que dans le premier cas !}}$

2.b Calculons le $PGCD(3\ 003; 3\ 731)$ par l'algorithme d'Euclide :

$$3\ 731 = 3\ 003 \times 1 + 728$$

$$3\ 003 = 728 \times 4 + 91$$

$$728 = 91 \times 8$$

Donc $\boxed{PGCD(3\ 003; 3\ 731) = 91}$

$3\ 003 = 91 \times 33$ et $3\ 731 = 91 \times 41$

$\boxed{\text{Ils feront 91 ballotins contenant 33 dragées au chocolat et 44 dragées aux amandes}}$

Exercice 2

1. $(-5)^2 = 25$ donc $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$ $\boxed{\text{Réponse C}}$

2. Deux surfaces de même aire ne sont pas superposables.
Par exemple un carré de 4 cm de côté et un rectangle de 8 cm de longueur par 2 cm de largeur ont la même aire 16 cm^2 mais ne sont pas superposables !

Deux surfaces de même aire n'ont par le même périmètre.

L'exemple précédent montre un carré dont le périmètre vaut $4 \times 4\ cm = 16\ cm$ et un rectangle dont le périmètre est $2 \times (8\ cm + 2\ cm) = 20\ cm$ et qui pourtant ont la même aire.

Cela prouve que deux surfaces de même aire n'ont pas forcément le même périmètre.

$\boxed{\text{Réponse C}}$

3. $f(x) = 3x - (2x + 7) + (3x + 5) = 3 - 2x - 7 + 3x + 5 = x + 1$

f est une fonction affine. $\boxed{\text{Réponse A}}$

4. Le hasard n'a pas de mémoire ! Les numéros déjà sortis au Loto ont la même chance de ressortir que les autres.
Même si vous avez fait 10 fois piles à la suite en lançant une pièce de monnaie équilibrée, la probabilité de faire face la onzième fois reste la même à savoir une chance sur deux !

$\boxed{\text{Réponse C}}$

5. $(x-1)^2 - 16 = (x-1)^2 - 4x^2 = [(x-1)+4]\,[(x-1)-4] = (x-1+4)(x-1-4) = (x+3)(x-5)$

$\boxed{\text{Réponse A}}$

Exercice 3 Notons n l'entier choisi au départ.

Ce programme de calcul revient à faire : $n + 3$, $7(n+3)$ puis $3n + 7(n+3)$ et enfin $3n + 7(n+3) - 21$.
Réduisons cette expression : $3n + 7(n+3) - 21 = 3n + 7n + 21 - 21 = 10n$

$\boxed{10n \text{ est toujours un multiple de 10. C'est donc vrai !}}$

Exercice 4

Étude du parcours ACDA

ACD est un triangle rectangle en C
D'après **le théorème de Pythagore** dans le triangle ACD rectangle en C :

$$CD^2 + CA^2 = AD^2$$

$$1,05^2 + 1,4^2 = AD^2$$

$$1,1025 + 1,96 = AD^2$$

$$AD^2 = 3,0625$$

$$AD = \sqrt{3,0625}$$

$$AD = 1,75$$

$1,05\ km + 1,4\ km + 1,75\ km = 4,2\ km$. $\boxed{\text{La parcours } ACDA \text{ mesure } 4,2\ km}$

Étude du parcours AEFA

Dans le triangle AEF, $E' \in [AE]$ et $F' \in [AF]$
Comme $(E'F')//(EF)$ d'après le **théorème de Thalès** on a :

$$\frac{AE'}{AE} = \frac{AF'}{AF} = \frac{E'F'}{EF}$$

$$\frac{0,5}{1,3} = \frac{AF'}{1,6} = \frac{0,4}{EF}$$

Donc $EF = \dfrac{0,4 \times 1,3}{0,5} = 1,04$

$1,3\ km + 1,04\ km + 1,6\ km = 3,94\ km$. $\boxed{\text{Le parcours } AEFA \text{ mesure } 3,94\ km}$

$\boxed{\text{Le parcours } AEFA \text{ est plus proche des 4 } km \text{ attendus}}$

PS : Attention la donnée de l'angle $\widehat{A}$ ne servait à rien. Pour utiliser la trigonométrie il aurait fallu que AEF soit rectangle. Or on ne le sait pas !
A posteriori en utilisant rapidement la réciproque de Pythagore on constate que ce triangle n'est en effet pas rectangle :
$1,3^2 + 1,04^2 = 2,7716$ et $1,6^2 = 2,56$

Exercice 5

1. La partie cylindrique a pour volume :
$\pi \times (5\ cm)^2 \times 15\ cm = \boxed{375\pi\ cm^3 \approx 1178\ cm^3}$

2.a $V_1 = \dfrac{\pi \times (5\ cm)^2 \times 6\ cm}{3} = \boxed{50\pi\ cm^3}$

2.b Le petit cône est une réduction du grand cône de coefficient $\dfrac{2\ cm}{6\ cm} = \dfrac{1}{3}$

Son volume est donc $\left(\dfrac{1}{3}\right)^3 = \dfrac{1}{27}$ fois celui du grand, c'est à dire 27 fois plus petit.

Le volume du petit cône est donc $\dfrac{V_1}{27} = \dfrac{50\pi}{27}\ cm^3$.

Ainsi $V_2 = V_1 - \dfrac{50\pi}{27} = 50\pi - \dfrac{50\pi}{27} = \dfrac{1350\pi}{27} - \dfrac{50\pi}{27} = \boxed{\dfrac{1300\pi}{27}}$

3. Le graphique 4 ne convient pas car pour $h = 0$ il indique $V(0) \approx 150\ cm^3$. Or quand il n'y a pas d'eau le volume est égal à 0.

Le graphique 2 ne convient pas car pour $h > 15$ le volume diminue. C'est impossible ! Le volume d'eau augmente toujours quand la hauteur augmente.

Jusqu'à $h = 15\ cm$, on remplit le cylindre jusqu'à 1 178 cm^3. Ensuite on remplit le tronc de cône dont le volume vaut approximativement $\dfrac{1\ 300\pi}{27} \approx 151\ cm^3$. Le volume total du bidon est donc d'environ $1\ 178\ cm^3 + 151\ cm^3 = 1\ 328\ m^3$
Le graphique 3 ne convient pas car le volume maximale est d'environ 2 500 cm^3

$\boxed{\text{La graphique 1 correspond à la situation de l'exercice !}}$

Exercice 6

1. La formule la plus simple est $\boxed{\text{=SOMME(B2 :N2)}}$

On pouvait aussi écrire B2+C2+D2+E2+F2+G2+H2+I2+J2+K2+L2+M2+N2

2.a La moyenne pondérée de cette série est :
$$\frac{1\times8+2\times2+3\times2+4\times2+5\times1+6\times3+11\times1+13\times2+14\times1+15\times1+18\times1+32\times1+40\times1}{26} = \frac{205}{26} \approx \boxed{8}$$

2.b L'effectif total est 26, il faut chercher le 13^{e}et le 14^{e}.
Le 13^{e}et le 14^{e}ont 4 médailles.

$\boxed{\text{La médiane de la série est 4 médailles}}$

2.c La médiane et la moyenne sont très différentes car 2 pays, la France et l'Italie ont a eux seuls 32 et 40 médailles tandis que 8 pays n'ont eu qu'une médaille : c'est ce qui déséquilibre cette série.

$\boxed{\text{Cet écart illustre l'hétérogénéité de cette série !}}$

3. Il y a 26 pays ce qui représente 70% de l'ensemble de pays médaillés.
Si on note x le nombre total de pays médaillés, on a donc :
$0,70x = 26$ d'où $x = \dfrac{26}{0,70} \approx 37$
$37 - 26 = 11$

$\boxed{\text{Il y a environ 11 pays qui n'ont obtenus qu'une médaille d'argent ou de bronze !}}$